

УДК 510.21

DOI: 10.17748/2075-9908-2015-7-7/2-147-150

ОЛЕЙНИК Полина Ивановна,
Национальный исследовательский Томский
государственный университет, г. Томск, Россия
polina-grigorenko@mail.ru

OLEINIK Polina Ivanovna,
National Research Tomsk State University,
Tomsk, Russia
polina-grigorenko@mail.ru

ШОТЛАНДСКИЙ НЕО-ЛОГИЦИЗМ: ПРОБЛЕМА «ПЛОХОЙ КОМПАНИИ»

SCOTTISH NEO-LOGICISM: "BAD COMPANY" OBJECTION

В статье представлен обзор основных идей философии математики К. Райта и Б. Хейла. Цель статьи – охарактеризовать одну из основных проблем этого направления – проблему «плохой компании». Анализируется основная идея Райта и Хейла о том, что фундаментальные законы арифметики могут быть получены в системе логики второго порядка, дополненной принципом абстракции (Принципом Юма). Приводится анализ критики нео-логицизма, основанной на проблеме «плохой компании». В заключение делаются выводы, характеризующие проблему «плохой компании» и предлагаемые решения: успешность программы философии математики нео-логицизма зависит от принятия достаточно проблематичных идей и допущений. Вместе с тем проект Райта и Хейла является источником многих интересных идей и результатов в современной философии математики.

The article presents an overview of the basic ideas of the philosophy of mathematics of C. Wright and B. Hale. The purpose of the article is to characterize one of the main problems of this direction – Bad Company Objection. The author analyzes the main idea of Wright and Hale that the fundamental laws of arithmetic can be derived in the system of second-order logic plus principles of abstraction (Hume's Principle) and analyzes the critics of neo-logicism, based on the Bad Company Objection. The author makes conclusions characterizing the Bad Company Objection and emphasizing that the success of the program of the philosophy of mathematics of neo-logicism depends on adoption of the problematic ideas and assumptions. However, the project of Wright and Hale is the source of many interesting ideas in contemporary philosophy of mathematics.

Ключевые слова: логицизм, нео-логицизм, проблема «плохой компании», принцип абстракции, Аксиома V, Принцип Юма, возражение о «слишком богатом выборе».

Keywords: logicism, neo-logicism, Bad Company Objection, principles of abstraction, Basic Law V, Hume's Principle, Embarrassment of Riches.

Г. Фреге (1848–1925), немецкий математик, логик и философ, представитель логицизма, стал одной из ключевых фигур в истории современной философии математики. В работах «Grundlagen» (1884) (на русском языке – [1]) и «Grundgesetze» (1893, 1903), посвященных вопросам поиска оснований математики, им был поставлен ряд проблем, решению которых посвящены практически все современные работы в области философии математики. После обнаружения противоречия в системе Фреге, а также попытки Рассела построить свою логицистскую философию математики (эта попытка также не была увенчана успехом) стало принято оценивать логицизм как бесперспективное направление философии математики. Так, в свое время стало модно говорить о том, что логицизм мертв.

Однако тенденция делать такие смелые заявления о смерти логицизма все же идет на спад. Происходит это в основном благодаря попыткам определенных мыслителей реанимировать форму логицизма в последние десятилетия. Самая влиятельная попытка, судя по всему, найдена в работах шотландского философа Криспина Райта (в первую очередь, в написанной в 1983 г. «Frege's conception of numbers as objects» [2]) наряду с его соавторами, в первую очередь Бобом Хейлом. Оба они обозначают свою позицию как своего рода нео-фрегеанство (нео-логицизм, шотландская школа, абстракционизм). Учитывая противоречивость «Grundgesetze» Фреге, выдвигаемый ими вид логицизма не может быть таким же, как логицизм Фреге «до последней буквы» – даже сам Фреге не поддерживал свой логицизм в конце жизни, – но они описывают свою позицию как попытку спасти философию математики Фреге в целом. Стоит отметить, что имеются серьезные сомнения, в какой степени выдвигаемая ими позиция в конечном счете действительно может быть понята как форма нео-фрегеанства. Кроме Райта и Хейла имеются и другие программы нео-логицизма. Основной тезис шотландского нео-логицизма можно сформулировать следующим образом: арифметические истины выводимы из аксиом логики второго порядка, дополненной определенными дополнительными принципами, которые сами по себе являются аналитическими истинами или имеют эпистемологический и метафизический статус определений. Эти дополнительные принципы парадигматически принимают форму принципов абстракции. Формальной частью шотландского нео-логицизма является разделение разделов математики из принципов абстракции следующей формы:

$$(ABS) \forall a \forall b (\Sigma(a) = \Sigma(b) \equiv E(a, b)),$$

где a и b – переменные данного типа, как правило, либо отдельные объекты, либо понятия; Σ – оператор, обозначающий функцию от элементов данного типа к отдельным объектам; и E является отношением эквивалентности предметов, относящихся к данному типу.

Каноническим примером такого принципа абстракции является Принцип Юма, принцип, который играет центральную роль в нео-фрегеанской теории чисел.

Принцип Юма: Два понятия F , G являются равночисленными (equinumerous), если существует взаимно-однозначное соответствие между объектами, подпадающими под F , и объектами, подпадающими под G .

Если взять пример самого Фреге, то на правильно накрытом столе, например, тарелки равночисленны салфеткам, а также стаканам. Фреге показал, как определить равночисленность средствами того, что сейчас известно как логика второго порядка, и без явной пресуппозиции натуральных чисел. Равночисленность является отношением эквивалентности понятий.

Таким образом, в своем основании нео-логицизм Райта и Хейла имеет введение таких объектов, как числа, с помощью так называемых принципов абстракции. Такой путь построения программы философии математики неизбежно встречает ряд трудностей. Проблемное поле, с которым сталкиваются Райт и Хейл, а также сторонники их позиции, представлено широким спектром проблем. В данной статье мы обратимся к одной из наиболее острых проблем – так называемой «проблеме плохой компании».

Дело в том, что даже если признать использование принципов абстракции законным, все еще остается проблематичным вопрос различения «плохих» и «хороших» принципов абстракции. В литературе этот вопрос получил название «проблема плохой компании». «В общем, проблема плохой компании – это лишь наблюдение, что некоторые принципы абстракции, например, такие как Аксиома V Фреге, не являются приемлемыми, поскольку они несовместимы с предположительно приемлемыми принципами, такими как Принцип Юма» [3, p. 25]. В самой формулировке уже заложено частичное решение проблемы: приемлемые неявные определения должны быть последовательными и должны находиться в соответствии с Принципом Юма. Однако оказалось, что такого критерия приемлемости недостаточно, так как есть пары принципов абстракции, которые находятся в соответствии с Принципом Юма, но не совместимы друг с другом. Необходимы более строгие критерии. Кроме того, как уже указывалось, остается открытым вопрос о приемлемости самого Принципа Юма. В действительности, если раньше Принцип Юма признавался вполне законным принципом, то «большинство философов математики в настоящее время сомневаются, что принцип Юма является законом логики. Действительно, даже Райт в последние годы пытался уточнить это утверждение» [4]. Нео-фрегеанцы должны провести дистинкцию хороших и плохих принципов абстракции. Например, Райт развивает такую мысль, что приемлемые принципы абстракции должны быть консервативными следующим образом:

«Кратко, законна абстракция, которая делает не больше, чем вводит понятие, устанавливая условия истинности для утверждений относительно этого понятия... Вопрос о том, сколько когда-нибудь, где-нибудь есть зебр, является вопросом между этим понятием и миром. Никакой принцип, который просто назначает условия истинности утверждений относительно объектов довольно несвязанного, абстрактного вида, – и никакая законная абстракция второго порядка не может сделать больше, чем это» [Wright. Цит. по: 3, p. 25].

Таким образом, Райт считает, что принципы абстракции должны быть консервативными, так как они не должны иметь никакого отношения, например, к тому количеству зебр, сколько их может быть в мире. Это соответствует идее, что приемлемые принципы абстракции должны быть общими и универсальными. В действительности, для того чтобы подобные допущения позволяли нам вводить в дискурс математические объекты, такие принципы должны быть распространены и на область математических объектов, что позволяет добиться универсальной применимости принципов абстракции. Однако такой критерий не решает проблемы с попарно несовместимыми, но «поодиночке» приемлемыми принципами, поэтому также оказывается недостаточным. Предлагается также идея о том, что принципы абстракции должны быть «миро-творческими» – то есть что любой приемлемый принцип абстракции должен быть в соответствии со всеми консервативными принципами абстракции.

В настоящее время тенденция в решении проблемы «плохой компании» заключается в уходе к чисто техническому решению, от эпистемологических характеристик «хорошести» и «плохости» принципов абстракции, о чем отдельные авторы высказывают сожаление. Их возмущение формулируется в пожелании, что «мы должны сначала определить, какие эпистемологические характеристики принципов должны быть, чтобы играть основополагающую роль, а затем сформулировать приемлемые принципы абстракции с точки зрения этих эпистемологических особенностей» [3, p. 26].

Проблема «плохой компании» – пожалуй, наиболее известная проблема шотландского нео-логицизма. Одно из направлений критики программы Райта и Хейла основывается на том, что есть принципы абстракции (или неявные определения) почти такой же формы, как

Принцип Юма, которые отнюдь не являются аналитическими истинами и которые явно логически невозможны. Наиболее известным таким принципом является Аксиома V Фреге, принцип, который сам Фреге винил в приведении к парадоксу Рассела в системе его «Grundgesetze». В современном исчислении предикатов второго порядка можно сформулировать его следующим образом:

(Аксиома V) $\forall F \forall G$ (Объем (F) = Объем (G) $\leftrightarrow \forall x (F x \leftrightarrow G x)$)

Понятия F и G имеют один и тот же объем, если и только если они коэкстенциональны. Не сложно представить кого-то, кто, игнорируя противоречие, к которому приводит этот закон, принимает его не только как аналитически истинный, но стипулятивно истинный, истинный в силу решения о том, что должно означать понятие «объем понятия». И пока такой человек будет виновен в некоторого рода логической ошибке: а значит, Райт должен дать пояснение. Сам он признает, что его собственные предложения зависят от того условия, что «образование понятий путем абстракции» приемлемо. То есть программа шотландского нео-логицизма зависит от легитимности введения по крайней мере некоторых понятий через принципы абстракции. Теннант [5] и Булос [6] выступают против «образования понятий путем абстракции» как допустимой процедуры для проекта, претендующего на связь с логицизмом.

Дело в том, что Аксиома V не единственный проблематичный пример. Один редко обсуждаемый случай включает то, что можно принять как отношение эквивалентности *par excellence*, тождества:

(Нечто) $\forall F \forall G$ (Нечто (F) = Нечто (G) $\leftrightarrow F=G$)

Дело в том, что этот принцип равносильен предположению, что уникальный объект существует для каждого понятия, что является явным нарушением теоремы Кантора и приводит к расселовскому парадоксу предикации.

Еще один «плохой» принцип абстракции, который должен быть особенно тревожным для абстракционистского нео-логицизма, учитывая его очевидную схожесть с Принципом Юма, таков:

(Упорядоченность) $\forall R \forall S$ (Порядок (R) = Порядок (S) $\leftrightarrow R \approx S$)

Здесь « $R \approx S$ » означает, что R и S изоморфны или имеют аналогичные отношения упорядоченности. Абстракция утверждает, что тип упорядоченности относительно R является типом упорядоченности относительно S, если и только если R и S изоморфны. Этот принцип влечет противоречие в силу парадокса Бурали-Форти. Вместе с тем этот принцип кажется ни больше ни меньше как измененным Принципом Юма, используемым для порядковых чисел, а не кардинальных. Конечно, существуют некоторые различия между этим принципом и Принципом Юма. Принцип Юма выглядит непротиворечивым (и действительно таковым является, если учитывать арифметику второго порядка Пеано). Но это не объясняет, как он может играть своего рода основополагающую роль, которую ему хочет отвести Райт, учитывая его «плохую компанию». Действительно, имеются очень веские основания думать, что одна только непротиворечивость в одиночку не может быть обоснованием какого-либо привилегированного статуса для принципов абстракции, но это приводит к следующей проблеме: так называемому возражению о «слишком богатом выборе» (*Embarrassment of Riches*).

Есть не только принципы абстракции, которые, взятые изолированно, приводят к противоречию; есть пары принципов абстракции, каждый из которых по отдельности является непротиворечивым, но вместе с тем они несовместимы друг с другом. Нам не нужно обращаться к большому количеству примеров, в этой связи для изучения будет достаточно одного. Принцип Юма, приводящий к полной арифметике второго порядка Пеано, удовлетворяется только в бесконечной области. Существуют и другие последовательные принципы абстракции, которые удовлетворяются только в бесконечной области, один из которых – это принцип пары (*parity principle*) Булоса, формулируемый следующим образом:

(принцип пары) $\forall F \forall G$ (Соответствие (F) = Соответствие (G) $\leftrightarrow F \odot G$),

где « $\odot$ » представляет непересекающееся отношение эквивалентности, которое имеется между F и G, если имеется ряд объектов, попадающих под F (G), но не под G (F).

В случае с этим примером нео-логицизм не ссылается на противоречивость принципа абстракции в качестве основания для отказа, поскольку принцип пары соответствует их собственному. В сочетании с Принципом Юма, однако, мы получаем противоречие. Райт и другие нео-логицисты должны дать некоторое объяснение не-*ad hoc*, почему именно принцип пары, а не Принцип Юма мы должны отвергнуть «и почему один должен быть низведен до статуса невозможности, в то время как другой наслаждается привилегированной эпистемологической и основополагающей ролью» [7, p. 137].

В ответ на оба эти возражения был рассмотрен ряд критериев в качестве попытки отделить приемлемые принципы абстракции от неприемлемых. Мы не будем рассматривать технические детали этих предложений здесь. Достаточно сказать, что в целом можно согласиться с тем, все еще нет независимого (не-*ad hoc*) критерия, принятого непроблематично, который утверждает все абстракции, которые хочет ввести нео-логицизм (в том числе не просто *Принцип Юма*, но тот, который необходим для реального анализа, теории множеств и так далее), и никто не в состоянии этого сделать. Поиск продолжается, и он еще не безнадежен, но даже те предложения, которые близки к выполнению этой задачи, требуют от нео-логицистов достаточно утонченного логического и математического аппарата в мета-теории, чтобы установить, что данный принцип абстракции обладает возлагаемыми на него функциями.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. *Фреге Г.* Основоположения арифметики [Электронный ресурс] // philosophy.ru: философский портал. URL: http://philosophy.ru/library/frege/frege_math.html (дата обращения: 10.08.2015).
2. *Wright C.* Frege's conception of numbers as objects. Aberdeen University Press, 1983. – 194 p.
3. *New Waves in Philosophy of Mathematics / Edited by Otavio Bueno, Oystein Linnebo.* Hampshire: Palgrave MacMillan, 2009. – 320 p.
4. *Philosophy of Mathematics* [Электронный ресурс] // plato.stanford.edu: Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL: <http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/#Log> (дата обращения: 10.08.2015).
5. *Tennant N.* Anti-realism and logic: truth as eternal. – Oxford; New York: Clarendon Press; Oxford University Press, 1987. – 325 p.
6. *Boolos J.* Is Hume's Principle Analytic? // Logic, Logic and Logic. Harvard University Press, 1999. – P. 301–314.
7. *Klement K.* Neo-logicism and Russell's logicism // Russell: The Journal of Bertrand Russell Studies. Vol. 32 (127), 2012. – P. 127-152.

REFERENCES

1. *Frege G.* The Foundations of arithmetic. Available at: http://philosophy.ru/library/frege/frege_math.html (accessed 10 August 2015).
2. *Wright C.* Frege's conception of numbers as objects. Aberdeen University Press, 1983. 194 p.
3. *New Waves in Philosophy of Mathematics.* Edited by Otavio Bueno, Oystein Linnebo. Hampshire: Palgrave MacMillan, 2009. 320 p.
4. *Philosophy of Mathematics.* Available at: <http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/#Log> (accessed 10 August 2015).
5. *Tennant N.* Anti-realism and logic: truth as eternal. Oxford; New York: Clarendon Press; Oxford University Press, 1987. 325 p.
6. *Boolos J.* Is Hume's Principle Analytic? Logic, Logic and Logic. Harvard University Press, 1999. P. 301–314.
7. *Klement K.* Neo-logicism and Russell's logicism. Russell: The Journal of Bertrand Russell Studies. Vol. 32 (127), 2012. P. 127-152.

Information about the author

Олейник Полина Ивановна, аспирант кафедры истории философии и логики Национального исследовательского Томского государственного университета,
г. Томск, Россия
polina-grigorenko@mail.ru

Получена :11.09.2015

Для цитирования статьи: Олейник П. И. Шотландский нео-логицизм: проблема «плохой компании» Краснодар: Историческая и социально-образовательная мысль. 2015. Том 7. № 7 Часть 2. с. 147-150.
doi: 10.17748/2075-9908-2015-7-7/2-147-150

Информация об авторе

Oleinik Polina Ivanovna, Postgraduate student, Chair for History of Philosophy and Logic, Department of Philosophy, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russia
polina-grigorenko@mail.ru

Received :11.09.2015

For article citation: Oleinik P. I. Scottish neo-logicism: "bad company" objection. [Shotlandskij neo-logicizm: problema «plohoj kompanii»]. Krasnodar. *Istoricheskaya i sotsial'no-obrazovatel'naya mys'l* = Historical and Social Educational Ideas. 2015. Том 7. № 7vol-2. Pp. 147-150.
doi: 10.17748/2075-9908-2015-7-7/2-147-150